

ДОДАТОК 8.G (довідковий)

ВИЗНАЧЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ

8.G.1 Загальні положення

У цьому додатку наведено приклад визначення невизначеності вимірювання викидів пилу шляхом аналізу окремих етапів методики вимірювання, що складається з трьох частин:

- принцип визначення внеску невизначеності окремих вимірюваних величин (див. 8.G.2);
- об'єднання внесків невизначеності окремих вимірюваних величин (див. 8.G.3);
- обчислення ефективного числа ступенів свободи (див. 8.G.4).

8.G.2 Принцип визначення внеску вимірюваних величин у невизначеність

8.G.2.1 Загальні положення

Нижче пояснюється принцип обчислення невизначеності окремих вимірюваних величин. Ураховують внески в невизначеність вимірювальних приладів, зумовлені, наприклад, калібруванням, дрейфом сигналу або дискретністю, а також внески в невизначеність, які визначають експериментальним шляхом. В 8.G.2.2 маса m вважається вимірюваною величиною.

8.G.2.2 Внесок калібрування в невизначеність

Калібрування означає порівняння вимірюного значення, отриманого шляхом вимірювання атестованого еталона, з номінальним значенням такого еталона. Наприклад, виміряне значення, отримане після встановлення еталонної гирі на ваги, порівнюють із номінальним значенням відповідно до сертифіката про калібрування. Якщо доступна достатня кількість окремих результатів повторних калібрувальних вимірювань, невизначеність вимірювання (наприклад, визначення маси), зумовлену калібруванням, обчислюють відповідно до формули (8.G.1):

$$u_{cal}^2(m) = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i - m_{ref})^2}{n} + u^2(m_{ref}) = s^2(m) \times \left(1 - \frac{1}{n}\right) + u_b^2 + u^2(m_{ref}), \quad (8.G.1)$$

де $u_{cal}m$ — визначена експериментальним шляхом невизначеність вимірюваної величини m , зумовлена калібруванням, наприклад шляхом зважування еталонної гирі;

m_i — i -те виміряне значення, де $i = 1 \dots n$;

m_{ref} — номінальне значення еталонної гирі;

$s(m)$ — стандартне відхилення повторюваності виміряних значень m_i ;

u_b — похибка (різниця між середнім значенням серії вимірювань і номінальним значенням еталонної гирі, наприклад визначена під час зважування на основі показань ваг, на які багато разів установлюють еталонну гирю, і номінального значення еталонної гирі);

$u(m|ref)$ — невизначеність номінального значення еталона, наприклад невизначеність еталонної гирі відповідно до сертифіката про калібрування;

n — кількість повторних вимірювань, наприклад зважувань;

$$s^2(m) = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i - \bar{m})^2}{n-1}, \quad (8.G.2)$$

де $\bar{m}$ — середнє значення виміряних величин m_i .

Стандартне відхилення повторюваності можна оцінити, повторюючи вимірювання достатньо часто ($n > 5$).

Примітка 1. Формула (8.G.1), наприклад, враховує відхилення між значенням маси еталонної гири, отриманим експериментальним шляхом, і значенням, отриманим під час повірки, а також невизначеність еталонної гири.

Якщо користувачу недоступні окремі виміряні значення m_i , а є лише інформація про невизначеність вимірювання U_{cal} каліброваної системи вимірювання, цю інформацію можна вважати розширеною невизначеністю на основі довірчого інтервалу 95 %. У такому разі невизначеність $u_{cal}(m)$ слід оцінювати приблизно за такою формулою:

$$u_{cal}(m) = \frac{U_{cal}}{2}. \quad (8.G.3)$$

Примітка 2. Це відповідає консервативній оцінці. Якщо припустити довірчий інтервал 99 % замість 95 %, це призведе до меншої дисперсії і невизначеності.

8.G.2.3 Внесок дрейфу в невизначеність

Як правило, сигнали вимірювання не є стабільними в довгостроковій перспективі, а з часом дещо змінюються. Таке систематичне відхилення також називають дрейфом. Можна припустити, що дрейф розподілений рівномірно, і тому його можна оцінити на основі прямокутного розподілу за формулою (8.G.4):

$$u_{drift}(m) = \frac{a_{drift}}{\sqrt{3}}. \quad (8.G.4)$$

Параметр a_{drift} — це дрейф, указаний для вимірювального приладу, або визначений максимальний дрейф між двома коригуваннями.

8.G.2.4 Внесок роздільної здатності індикатора в невизначеність

Аналогова й цифрова індикація впливає на невизначеність вимірювання. Роздільна здатність аналогових індикаторів обмежена поділками шкали. Цифрові індикатори округлюють або скорочують значення до певного розряду. Якщо відстань між двома поділками аналогового індикатора або найменший можливий крок цифрового індикатора позначити як a_{res} , то істинне значення рівномірно розподіляється в інтервалі $\pm a_{res}/2$ навколо відображеного значення. Отже, відповідно до формули (8.G.5), внесок у невизначеність, зумовлений роздільною здатністю, визначають так:

$$u_{res}(m) = \frac{a_{res}}{2\sqrt{3}}. \quad (8.G.5)$$

Якщо виміряне значення є різницею між початковим і кінцевим значеннями або різницею між нульовим і кінцевим значеннями, внесок у невизначеність роздільної здатності враховують в обчисленні двічі.

8.G.3 Об'єднання внесків окремих вимірюваних величин у невизначеність

8.G.3.1 Методика

Нижче пояснюється, як застосовувати непрямий підхід для визначення невизначеності результатів методики вимірювання концентрації пилу. Згідно з цим підходом в оцінку невизначеності потрібно включити кожен окремий етап, що впливає на результат вимірювання, тобто процедура вимірювання й аналізу має бути ретельно проаналізована.

Обчислення невизначеності вимірювання ґрунтується на дисперсіях. У найпростішому випадку дисперсія результату обчислюють шляхом додавання дисперсій різних величин впливу з урахуванням коефіцієнтів чутливості таких величин. Коефіцієнти чутливості можна отримати з модельного рівняння, яке описує залежність результату вимірювання від вхідних величин (наприклад, маси, тиску, об'єму, температури).

Значення коефіцієнтів чутливості стає очевидним, коли, наприклад, об'єм проби газу, виміряний за вищої температури, подають за стандартної температури 0 °C. Це є звичайною практикою для результатів вимірювання викидів і може бути подано за формулою (8.G.6):

$$V_0 = V_m \times \frac{273K}{273K + t_m}, \quad (8.G.6)$$

де V_0 — об'єм проби за 0 °C;
 V_m — об'єм проби, виміряний за температури t_m ;
 t_m — температура на газовому лічильнику, у °C.

Невизначеність вимірювання об'єму V_m має набагато більший вплив на нормалізований об'єм V_0 , ніж невизначеність вимірювання температури t_m . Як видно з формули (8.G.6), для обчислення нормалізованого об'єму V_0 використовують абсолютне значення температури з постійним додатковим коефіцієнтом 273 K, невизначеністю вимірювання якої в цьому контексті можна знехтувати, оскільки вона вища порівняно з виміряною температурою t_m , включно з її невизначеністю. Для об'єму $V_m = 100$ л і температури $t_m = 30$ °C обчислення показує, що на дисперсію V_0 впливає V_m з коефіцієнтом приблизно 0,8. Коефіцієнт впливу температури становить лише близько 0,09. Цей приклад показує, що потрібно визначити та врахувати коефіцієнти чутливості.

Коефіцієнти чутливості обчислюють шляхом часткового диференціювання модельного рівняння. Отже, коефіцієнти отримують або безпосередньо, або шляхом підставлення числових результатів вимірювань у математичні вирази, що є результатом часткового диференціювання. Ці коефіцієнти враховують квадратично для обчислення дисперсії результату вимірювання. Рівняння дисперсії для модельної формули (8.G.6) наведено у формулі (8.G.7):

$$\text{var}(V_0) = e^2(V_m) \times \text{var}(V_m) + e^2(t_m) \times \text{var}(t_m) \quad (8.G.7)$$

Наведений нижче приклад визначення невизначеності вимірювання низького вмісту пилу на стаціонарних джерелах охоплює різні етапи відповідно до пояснень вище. Спочатку обчислюють дисперсії окремих величин впливу. Це:

- маса пилу;
- об'єм газу;
- температура на газовому лічильнику;
- тиск на газовому лічильнику;
- атмосферний тиск;
- вміст кисню у відпрацьованих газах для перерахунку відносно еталонного вмісту кисню.

Припускається, що допустимі відхилення походять із різних джерел, наприклад калібрування, експериментально визначеного дрейфу або специфікацій виробника. Для обчислення стандартних відхилень і дисперсій на основі таких допустимих відхилень тут також використовують оцінки типу В. Припускається прямокутний розподіл значень, який слугує основою для обчислення відповідних дисперсій. У прикладі враховуються невизначеності таких величин впливу:

- калібрування;
- дрейф;
- роздільна здатність індикатора.

На основі дисперсій таких величин впливу обчислюють загальну дисперсію окремих параметрів шляхом додавання: це, наприклад, дисперсія виміряного об'єму проби, температури та тиску на газовому лічильнику, а також атмосферного тиску.

Обчислення концентрації пилу залежно від вимірюваних величин (об'єму проби на газовому лічильнику, температури на газовому лічильнику, тиску на газовому лічильнику, атмосферного тиску, зваженої маси пилу й еталонного вмісту кисню для нормалізації) можна описати одним рівнянням і, отже, математично обробити за один етап. Щоб пояснити процес обчислення, у цьому прикладі окремо розглядаються такі окремі етапи:

- обчислення стандартного об'єму;
- обчислення різниці маси пилу до й після зважування;
- обчислення концентрації пилу;

— обчислення концентрації пилу для умов еталонного вмісту кисню.

Кожне з цих обчислень виконують за однаковою схемою. На першому етапі складають модельне рівняння. На другому етапі утворюються часткові диференціали для всіх вимірюваних величин, що входять у таке модельне рівняння, і визначаються коефіцієнти чутливості.

Використовуючи отримані в такий спосіб коефіцієнти чутливості й дисперсії окремих вимірюваних величин, на третьому етапі обчислюють дисперсію результату вимірювання.

8.G.3.2 Визначення модельного рівняння методу

Вимірюваною величиною для вимірювання концентрації пилу є масова концентрація C_{S,O_2} пилу за стандартних умов і для еталонного вмісту кисню.

Модельне рівняння методу враховує $K = 7$ вхідних величин:

$$C_{S,O_2} = f(m_1, m_2, V_m, p_{atm}, \Delta p, t_m, o_m), \quad (8.G.8)$$

де m_1 — маса чистого фільтра (до відбирання проби);

m_2 — маса фільтра, навантаженого пилом (після відбирання проби);

V_m — об'єм проби;

p_{atm} — атмосферний тиск (атмосферний тиск);

V_m — температура на газовому лічильнику, у °C;

Δp — відносний тиск (як правило, низький), виміряний на газовому лічильнику;

t_m — температура на газовому лічильнику, у °C;

o_m — вміст кисню за об'ємом.

Рівняння методу для визначення результату вимірювання як функції визначених вхідних величин має такий вигляд:

$$C_{S,O_2} = \frac{1013 \text{ hPa}}{273 \text{ K}} \times \frac{(273 \text{ K} + t_m)}{(p_{atm} + \Delta p)} \times \frac{(21\% - o_{ref})}{(21\% - o_m)} \times \frac{(m_2 - m_1)}{V_m}, \quad (8.G.9)$$

де o_{ref} — еталонний вміст кисню за об'ємом.

У формулі (8.G.9) еталонні значення тиску (1013 гПа) і температури (273 K) округлюють, як зазвичай.

Температуру t_m , отриману на газовому лічильнику, можна перевести в абсолютну температуру $T_m = 273 \text{ K} + t_m$. Невизначеність вимірювання постійної величини 273 K у цьому прикладі вважається незначною. Отже, невизначеність вимірювання виміряної температури t_m дорівнює невизначеності вимірювання абсолютної температури T_m .

8.G.3.3 Покрокове обчислення окремих внесків у невизначеність

8.G.3.3.1 Визначення дисперсій для окремих вимірюваних величин

Далі оцінюють дисперсії окремих вимірюваних величин (об'єму проби, температури на газовому лічильнику, тиску на газовому лічильнику, атмосферного тиску). Переважно використовують технічні характеристики приладів, які відомі або визначені як допустимі відхилення або виміряні значення для різних внесків у невизначеність. Ідеться про такі внески в невизначеність:

- калібрування;
- дрейф;
- роздільна здатність індикатора.

Дисперсії також можна обчислити, якщо відомо лише те, що виміряне значення перебуває в межах відомого діапазону навколо істинного значення (бажаного значення). Це відбувається в разі використання систем вимірювання із заданими межами похибки вимірювання. У такому разі дисперсію обчислюють на основі припущення про рівномірний

розподіл (прямокутний розподіл). Припущення про наявність такого прямокутного розподілу означає консервативну оцінку невизначеності.

8.G.3.3.2 *Визначення відхилення зважування з використанням еталонної гирі як референтного значення*

Для зважування як еталон використовують еталонні гирі. Уповноважений орган із повірки під час повірки гир зазначає відхилення від номінальної маси, а також стандартне відхилення як невизначеність вимірювання. Припускається, що це стандартне відхилення на основі нормального розподілу. Спираючись на ці дані й кілька повторних зважувань, невизначеність операції зважування можна обчислити за формулою (8.G.10):

$$u^2(m_1) = s^2(m) \times \left(1 - \frac{1}{n}\right) + u_b^2 + u^2(m_{ref}), \quad (8.G.10)$$

- де $u(m_1)$ — невизначеність операції зважування;
 $s(m)$ — стандартне відхилення вимірюваних значень m , отриманих за допомогою порівняльних зважувань із використанням еталонної гирі;
 u_b — похибка (різниця між середнім значенням серії вимірювань із багаторазовим установленням еталонної гирі на ваги та номінальним значенням еталонної гирі);
 $u(m_{ref})$ — невизначеність еталонної гирі;
 n — кількість зважувань.

Оскільки внески в невизначеність із боку похибки й еталонної гирі, як правило, є невеликими порівняно із загальною невизначеністю $u(m_1)$, число ступенів свободи під час зважування дорівнює $n-1$.

8.G.3.3.3 *Визначення дисперсії навантаження пилом*

Модель рівняння для визначення маси пилу методом зважування охоплює два етапи: попереднє зважування та зважування після відбирання проби. Обидва етапи мають власні внески в невизначеність вимірювання:

$$m = m_2 - m_1, \quad (8.G.11)$$

- де m — маса зібраного пилу;
 m_1 — маса чистого фільтра (попереднє зважування);
 m_2 — маса фільтра, навантаженого пилом (зважування після відбирання проби).

Дисперсію m обчислюють за формулою (8.G.12):

$$var(m) = e^2(m_2) \times var(m_2) + e^2(m_1) \times var(m_1), \quad (8.G.8)$$

- де $e(m_1)$ — коефіцієнт чутливості для попереднього зважування;
 $e(m_2)$ — коефіцієнт чутливості для зважування після відбирання проби;
 $var(m_1)$ — дисперсія результату попереднього зважування;
 $var(m_2)$ — дисперсія результату зважування після відбирання проби.

Коефіцієнти чутливості обчислюють за формулою (8.G.13) і формулою (8.G.14):

$$e(m_2) = \frac{\partial m}{\partial m_2} = \frac{\partial}{\partial m_2} (m_2 - m_1) = 1. \quad (8.G.13)$$

$$e(m_1) = \frac{\partial m}{\partial m_1} = \frac{\partial}{\partial m_1} (m_2 - m_1) = -1. \quad (8.G.14)$$

Вставивши коефіцієнти чутливості у формулу (8.G.12), отримують формулу (8.G.15):

$$var(m) = e^2(m_2) \times var(m_2) + e^2(m_1) \times var(m_1) = 1^2 \times var(m_2) + (-1)^2 \times var(m_1) = var(m_2) + var(m_1). \quad (8.G.15)$$

Якщо маса m зібраного пилю невелика порівняно з масою фільтра m_1 (що зазвичай спостерігається, коли фільтр зважують із тримачем фільтра), невизначеності вимірювання до й після відбирання проби можна вважати рівними:

$$\text{var}(m_2) = \text{var}(m_1). \quad (8.G.16)$$

Абсолютну невизначеність вимірювання $u(m)$ і відносну невизначеність вимірювання $w(m)$ зібраного пилю обчислюють у такий спосіб:

$$u(m) = \sqrt{\text{var}(m)} = \sqrt{2 \times \text{var}(m_1)}. \quad (8.G.17)$$

$$w(m) = \frac{u(m)}{m} = \frac{\sqrt{\text{var}(m)}}{m}. \quad (8.G.18)$$

Оскільки для зважування до й після відбирання проб дисперсії і число ступенів свободи однакові, число ступенів свободи для вимірювання маси пилю дорівнює числу ступенів свободи, що застосовують для повторного зважування еталонної гирі.

8.G.3.3.4 Визначення дисперсії вимірюваного об'єму газу

Цей приклад ілюструє визначення невизначеності в разі використання звичайного газового лічильника. Слід враховувати такі внески в невизначеність:

- невизначеність приладу для вимірювання об'єму, що використовується для калібрування:

$$u(V_{ref}) = \frac{U(V_{ref})}{2} = \frac{W(V_{ref})}{2} \times V_m, \quad (8.G.19)$$

де $u(V_{ref})$ — невизначеність приладу для вимірювання об'єму, що використовується для калібрування;

$U(V_{ref})$ — розширена невизначеність, визначена виробником або органом повірки; для визначення розширеної невизначеності припускають нормальний розподіл значень, рівень достовірності 95 % і достатнє число ступенів свободи ($n \rightarrow \infty; k = 2$);

$W(V_{ref})$ — розширена невизначеність, що стосується вимірюваного об'єму й визначається під час повірки;

V_m — виміряний об'єм.

- стандартне відхилення повторюваності, отримане шляхом виконання багаторазових вимірювань однакових об'ємів проби газу:

$$u_{rep}(V_m) = \sqrt{\frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n (V_{m,i} - \bar{V}_m)^2}, \quad (8.G.20)$$

де $u_{rep}(V_m)$ — невизначеність, зумовлена випадковими коливаннями сигналу приладу;

$V_{m,i}$ — i -те виміряне значення об'єму;

$\bar{V}_m$ — середнє значення повторних вимірювань;

n — кількість повторних вимірювань.

Число ступенів свободи дорівнює $n - 1$.

Стандартне відхилення повторюваності враховують, якщо прилади для вимірювання об'єму проходять повірку не безпосередньо, а їх калібрують за допомогою каліброваного приладу для вимірювання об'єму. У такому разі передбачається, що похибка майже повністю усувається калібруванням і тому є незначною.

- роздільна здатність індикатора:

$$u_{res}(V_m) = \frac{a_{res}}{2\sqrt{3}}, \quad (8.G.21)$$

де $u_{res}(V_m)$ — невизначеність, спричинена роздільною здатністю індикатора;

a_{res} — неточність індикатора (відстань між двома поділками аналогового індикатора або найменший можливий крок цифрового індикатора).

Оскільки таке зчитування проводять і на початку, і в кінці вимірювання, це значення слід враховувати двічі.

Припускається, що неточність індикатора задається як прямокутний розподіл. У такому разі число ступенів свободи вважається нескінченним.

Дисперсію вимірювання об'єму $var(V_m)$ визначають як суму квадратів указаних вище невизначеностей:

$$var(V_m) = e^2(V_{ref}) \times u^2(V_{ref}) + e_{rep}^2(V_m) \times u_{rep}^2(V_m) + 2 \times e_{res}^2(V_m) \times u_{res}^2(V_m). \quad (8.G.22)$$

Оскільки в цьому випадку окремі коефіцієнти чутливості приймають як такі, що дорівнюють одиниці, формула (8.G.23) спрощується:

$$var(V_m) = u^2(V_{ref}) + u_{rep}^2(V_m) + 2 \times u_{res}^2(V_m). \quad (8.G.23)$$

Відповідні абсолютні й відносні стандартні відхилення обчислюють за формулою (8.G.17) і формулою (8.G.18).

Ефективне число ступенів свободи для визначення об'єму обчислюють за формулою (8.G.54). Доданки з нескінченним числом ступенів свободи слід приймати рівними нулю.

8.G.3.3.5 *Визначення дисперсії температури, виміряної на газовому лічильнику*

У цьому прикладі передбачається, що температуру, виміряна на газовому лічильнику, враховують через подальше перетворення робочих умов на стандартні умови. Враховують такі окремі невизначеності:

- невизначеність, що виникає через те, що під час відбирання проб температура в пристрої для відбирання проб вимірюють лише випадковим чином, а не безперервно:

$$u_{mean}(T_m) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (T_{m,i} - \bar{T}_m)^2}, \quad (8.G.24)$$

де $u_{mean}(T_m)$ — невизначеність середнього значення температури, зумовлена випадковими коливаннями під час вимірювання температури;

$T_{m,i}$ — i -те вимірне значення температури;

$\bar{T}_m$ — середнє значення виміряних значень температури;

n — кількість вимірювань температури.

Число ступенів свободи дорівнює $n-1$.

- Невизначеність повіреного термометра:

$$u_{cal}(T_M) = \frac{U_{cal}}{2} = \frac{W_{cal}}{2} \times T_M, \quad (8.G.25)$$

де $u_{cal}(T_M)$ — невизначеність, зумовлена випадковими коливаннями сигналу приладу;

U_{cal} — розширена невизначеність, визначена виробником або органом повірки; для визначення розширеної невизначеності припускають нормальний розподіл значень, рівень достовірності 95 % і достатнє число ступенів свободи $(n \rightarrow \infty; k = 2)$;

W_{cal} — розширена невизначеність, що стосується виміряної температури й визначається під час повірки;

T_M — температура проби газу, виміряна на газовому лічильнику.

Якщо використовують неповірений термометр, а термометр, який було відкалібровано за повіренням, невизначеність визначають аналогічно до формули (8.G.1).

- роздільна здатність індикатора:

$$u_{res}(T_m) = \frac{a_{res}}{2\sqrt{3}}, \quad (8.G.26)$$

де $u_{res}(T_m)$ — невизначеність, спричинена роздільною здатністю індикатора;
 a_{res} — неточність індикатора (відстань між двома поділками аналогового індикатора або найменший можливий крок цифрового індикатора).

Припускається, що похибка зчитування задається як прямокутний розподіл. У такому разі число ступенів свободи вважається нескінченним.

Дисперсію вимірювання температури $var(T_m)$ визначають як суму квадратів указаних вище невизначеностей:

$$var(T_m) = e_{mean}^2(T_m) \times u_{mean}^2(T_m) + e_{cal}^2(T_m) \times u_{cal}^2(T_m) + e_{res}^2(T_m) \times u_{res}^2(T_m). \quad (8.G.27)$$

Оскільки в цьому випадку окремі коефіцієнти чутливості також приймають як такі, що дорівнюють одиниці, формула (8.G.28) спрощується:

$$var(T_m) = u_{mean}^2(T_m) + u_{cal}^2(T_m) + u_{res}^2(T_m). \quad (8.G.28)$$

Відповідні абсолютні й відносні стандартні відхилення обчислюють за аналогією з формулою (8.G.17) і формулою (8.G.18).

Ефективне число ступенів свободи для визначення температури обчислюють за формулою (8.G.54). Доданки з нескінченним числом ступенів свободи приймають рівними нулю.

8.G.3.3.6 *Визначення дисперсії відносного тиску на газовому лічильнику*

Цей внесок не застосовують, якщо (як зазвичай у сучасних системах) газовий лічильник безпосередньо випускає газ в атмосферне повітря. Однак у цьому прикладі передбачається, що низький тиск на газовому лічильнику слід враховувати для обчислення об'єму за стандартних умов.

Крім того, у цьому прикладі передбачається, що прилад для вимірювання тиску не можна повірити, тому внесок калібрування в невизначеність не застосовується.

Отже, враховують такі окремі невизначеності:

- невизначеність, зумовлена коливаннями низького тиску, що спостерігаються та фіксуються під час відбирання проб:

$$u_{mean}(p_m) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2}, \quad (8.G.29)$$

де $u_{mean}(p_m)$ — невизначеність, зумовлена коливаннями низького тиску;

p_i — i -те виміряне значення низького тиску;

$\bar{p}$ — середнє значення вимірювань тиску;

n — кількість вимірювань тиску.

Число ступенів свободи дорівнює $n - 1$.

- роздільна здатність індикатора:

$$u_{res}(\Delta p) = \frac{a_{res}}{2\sqrt{3}}, \quad (8.G.30)$$

де $u_{res}(\Delta p)$ — невизначеність, зумовлена роздільною здатністю індикатора;

a_{res} — неточність індикатора (відстань між двома поділками шкали).

Припускається, що похибка шкали задається як прямокутний розподіл. У такому разі число ступенів свободи вважається нескінченним.

Дисперсію вимірювання низького тиску $var(\Delta p)$ визначають як суму квадратів указаних вище невизначеностей:

$$var(\Delta p) = e_{mean}^2(p_m) \times u_{mean}^2(p_m) + e_{res}^2(\Delta p) \times u_{res}^2(\Delta p). \quad (8.G.31)$$

Оскільки в цьому випадку окремі коефіцієнти чутливості також приймають як такі, що дорівнюють одиниці, формула (8.G.31) спрощується:

$$var(\Delta p) = u_{mean}^2(p_m) + u_{res}^2(\Delta p). \quad (8.G.32)$$

Відповідні абсолютні й відносні стандартні відхилення обчислюють за аналогією з формулою (8.G.17) і формулою (8.G.18).

Ефективне число ступенів свободи для визначення низького тиску обчислюють за формулою (8.G.54). Доданки з нескінченним числом ступенів свободи приймають рівними нулю.

8.G.3.3.7 *Визначення дисперсії виміряного атмосферного тиску*

Для визначення дисперсії або невизначеності вимірювання атмосферного тиску враховують такі внески:

— невизначеність повіреного барометра:

$$u_{cal}(p_{atm}) = \frac{U_{cal}}{2}, \quad (8.G.33)$$

де $u_{cal}(p_{atm})$ — внесок невизначеності на основі розширеної невизначеності відповідно до сертифіката калібрування;

U_{cal} — розширена невизначеність барометра відповідно до сертифіката калібрування; для визначення розширеної невизначеності припускають нормальний розподіл значень, рівень достовірності 95 % і достатнє число ступенів свободи ($n \rightarrow \infty$; $k = 2$).

Якщо використовується не барометр із підтвердженої сертифікатом невизначеністю, а барометр, який було відкалібровано відносно сертифікованого, невизначеність визначають аналогічно до формули (8.G.1).

— дрейф шкали барометра:

$$u_{drift}(p_{atm}) = \frac{a_{drift}}{\sqrt{3}}, \quad (8.G.34)$$

де $u_{drift}(p_{atm})$ — внесок дрейфу барометра в невизначеність;

a_{drift} — дрейф, що спостерігається протягом період вимірювання.

Припускається, що дрейф задається як прямокутний розподіл. У такому разі число ступенів свободи вважається нескінченним.

— роздільна здатність індикатора:

$$u_{res}(p_{atm}) = \frac{a_{res}}{2\sqrt{3}}, \quad (8.G.35)$$

де $u_{res}(p_{atm})$ — невизначеність, зумовлена роздільною здатністю індикатора;

a_{res} — неточність індикатора (відстань між двома поділками аналогового індикатора або найменший можливий крок цифрового індикатора).

Припускається, що похибка зчитування задається як прямокутний розподіл. У такому разі число ступенів свободи вважається нескінченним.

На основі цих даних дисперсію виміряного атмосферного тиску $var(p_{atm})$ обчислюють у такий спосіб:

$$var(p_{atm}) = u_{cal}^2(p_{atm}) + u_{drift}^2(p_{atm}) + u_{res}^2(p_{atm}). \quad (8.G.36)$$

У цьому випадку коефіцієнти чутливості також дорівнюють одиниці, тому їх не враховують у формулі (8.G.36).

Ефективне число ступенів свободи для визначення атмосферного тиску обчислюють за формулою (8.G.54). Доданки з нескінченним числом ступенів свободи приймають рівними нулю.

8.G.3.3.8 *Визначення дисперсії стандартного об'єму*

Перший крок охоплює визначення дисперсії стандартного об'єму, що ґрунтується на такому модельному рівнянні (див. формулу (8.G.37)):

$$V_{m,s} = V_m \times \frac{273K}{1013hPa} \times \frac{(p_{atm} + \Delta p)}{(273K + t_m)}, \quad (8.G.37)$$

де $V_{m,s}$ — об'єм проби за стандартних умов (1013 гПа і 273 K).

Дисперсію стандартного об'єму обчислюють за такою формулою:

$$\text{var}(V_{m,s}) = e^2(V_m) \times \text{var}(V_m) + e^2(p_{atm}) \times \text{var}(p_{atm}) + e^2(\Delta p) \times \text{var}(\Delta p) + e^2(t_m) \times \text{var}(t_m). \quad (8.G.38)$$

Для величин, що впливають на результат (об'єму на газовому лічильнику, температури на газовому лічильнику, тиску на газовому лічильнику й атмосферного тиску), потрібні вже обчислені дисперсії і відповідні коефіцієнти чутливості.

• **Обчислення коефіцієнтів чутливості**

Коефіцієнти чутливості обчислюють шляхом часткового диференціювання формули (8.G.37) за величинами V_m , t_m , p_{atm} і Δp . За сталого коефіцієнта $F = 273 \text{ K}/1013 \text{ гПа}$ коефіцієнти визначають у такий спосіб:

— коефіцієнт чутливості об'єму:

$$e(V_m) = \frac{\partial V_{m,s}}{\partial V_m} = \frac{\partial}{\partial V_m} \left(F \times \frac{(p_{atm} + \Delta p)}{(273K + t_m)} \times V_m \right) = F \times \frac{(p_{atm} + \Delta p)}{(273K + t_m)}. \quad (8.G.39)$$

— коефіцієнт чутливості атмосферного тиску:

$$e(p_{atm}) = \frac{\partial V_{m,s}}{\partial p_{atm}} = \frac{\partial}{\partial p_{atm}} \left(F \times \frac{(p_{atm} + \Delta p)}{(273K + t_m)} \times V_m \right) = F \times \frac{V_m}{(273K + t_m)}. \quad (8.G.40)$$

— коефіцієнт чутливості низького тиску:

$$e(\Delta p) = \frac{\partial V_{m,s}}{\partial \Delta p} = \frac{\partial}{\partial \Delta p} \left(F \times \frac{(p_{atm} + \Delta p)}{(273K + t_m)} \times V_m \right) = F \times \frac{V_m}{(273K + t_m)}. \quad (8.G.41)$$

— коефіцієнт чутливості температури:

$$e(t_m) = \frac{\partial V_{m,s}}{\partial t_m} = \frac{\partial}{\partial t_m} \left(F \times \frac{(p_{atm} + \Delta p)}{(273K + t_m)} \times V_m \right) = F \times \frac{p_{atm} + \Delta p}{(273K + t_m)^2} \times V_m. \quad (8.G.42)$$

Підставивши коефіцієнти чутливості у формулу (8.G.38), для дисперсії стандартного об'єму отримують таке рівняння:

$$\text{var}(V_{m,s}) = \left(F \times \frac{(p_{atm} + \Delta p)}{(273K + t_m)} \right)^2 \times \text{var}(V_m) + \left(F \times \frac{V_m}{(273K + t_m)} \right)^2 \times \text{var}(p_{atm}) + \left(F \times \frac{V_m}{(273K + t_m)} \right)^2 \times \text{var}(\Delta p) + \left(F \times \frac{p_{atm} + \Delta p}{(273K + t_m)^2} \times V_m \right)^2 \times \text{var}(t_m). \quad (8.G.43)$$

Ефективне число ступенів свободи для стандартного об'єму обчислюють за формулою (8.G.54) з урахуванням коефіцієнтів чутливості, дисперсій і ефективного числа ступенів свободи для окремих вимірюваних величин. Доданки з нескінченним числом ступенів свободи приймають рівними нулю.

8.G.3.3.10 Обчислення дисперсії нормованої концентрації пилу

Концентрацію пилу C_s для стандартних умов відпрацьованих газів обчислюють у такий спосіб:

$$C_s = \frac{m}{V_{m,s}}. \quad (8.G.44)$$

Невизначеність вимірювання для цієї концентрації пилу, виражену як дисперсія, визначають за такою формулою (8.G.45):

$$\text{var}(C_s) = e^2(m) \times \text{var}(m) + e^2(V_{m,s}) \times \text{var}(V_{m,s}). \quad (8.G.45)$$

Коефіцієнти чутливості визначають як часткові похідні:

$$e(m) = \frac{\partial C_s}{\partial m} = \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{m}{V_{m,s}} \right) = \frac{1}{V_{m,s}}. \quad (8.G.46)$$

$$e(V_{m,s}) = \frac{\partial C_s}{\partial V_{m,s}} = \frac{\partial}{\partial V_{m,s}} \left(\frac{m}{V_{m,s}} \right) = \frac{-m}{V_{m,s}^2}. \quad (8.G.47)$$

Підставляючи результат у формулу (8.G.45), для дисперсії нормованої концентрації пилу отримуємо таку формулу (8.G.48):

$$\text{var}(C_s) = \left(\frac{1}{V_{m,s}} \right)^2 \times \text{var}(m) + \left(\frac{-m}{V_{m,s}^2} \right)^2 \times \text{var}(V_{m,s}). \quad (8.G.48)$$

Ефективне число ступенів свободи нормованої концентрації пилу обчислюють за формулою (8.G.54) з урахуванням коефіцієнтів чутливості, дисперсій і ефективних чисел ступенів свободи окремих вимірюваних величин.

Доданки з нескінченним числом ступенів свободи приймають рівними нулю.

8.G.3.3.11 *Обчислення дисперсії нормованої концентрації пилу для еталонного вмісту кисню*

Нормовану концентрацію пилу для визначеного еталонного вмісту кисню обчислюють за такою формулою (8.G.49):

$$c_{s,o_2} = c_s \times \frac{21\% - o_{ref}}{21\% - o_m} . \quad (8.G.49)$$

Невизначеність вимірювання для цієї концентрації пилу, виражену як дисперсія, визначають за такою формулою (8.G.50):

$$var(c_{s,o_2}) = e^2(c_s) \times var(c_s) + e^2(o_m) \times var(o_m) . \quad (8.G.50)$$

Коефіцієнти чутливості визначають як часткові похідні:

$$e(c_s) = \frac{\partial c_{s,o_2}}{\partial c_s} = \frac{\partial}{\partial c_s} \left(c_s \times \frac{21\% - o_{ref}}{21\% - o_m} \right) = \frac{21\% - o_{ref}}{21\% - o_m} . \quad (8.G.51)$$

$$e(o_m) = \frac{\partial c_{s,o_2}}{\partial o_m} = \frac{\partial}{\partial o_m} \left(c_s \times \frac{21\% - o_{ref}}{21\% - o_m} \right) = c_s \times \frac{21\% - o_{ref}}{(21\% - o_m)^2} . \quad (8.G.52)$$

Підставивши ці значення у формулу (8.G.50), отримують формулу (8.G.53):

$$var(c_{s,o_2}) = \left(\frac{21\% - o_{ref}}{21\% - o_m} \right)^2 \times var(c_s) + \left(c_s \times \frac{21\% - o_{ref}}{(21\% - o_m)^2} \right)^2 \times var(o_m) . \quad (8.G.53)$$

Невизначеність вимірювання, визначену за формулою (8.G.53) і подану як дисперсія, застосовують до концентрації пилу за стандартних умов, сухого газу й еталонного вмісту кисню.

Ефективне число ступенів свободи концентрації пилу за стандартних умов, сухого газу й еталонного вмісту кисню обчислюють за формулою (8.G.54) з урахуванням коефіцієнтів чутливості, дисперсій і ефективного числа ступенів свободи для окремих вимірюваних величин. Доданки з нескінченним числом ступенів свободи приймають рівними нулю.

Замість покрокового обчислення, що детально ілюструє принцип непрямого підходу, дисперсію концентрації пилу за стандартних умов, сухого газу й еталонного вмісту кисню також можна обчислити за один крок, використовуючи модельну формулу (8.G.9) і обчислюючи коефіцієнти чутливості цієї формули.

8.G.4 Ефективне число ступенів свободи

Статистична достовірність оцінки $var(Y)$ характеризується ефективним числом ступенів свободи V_{eff} . За умови, що можна знехтувати ефектами, які не описано вхідними даними, V_{eff} можна отримати за допомогою спрощеної формули Велча–Саттертвейта (8.G.54) (див. EN ISO 20988):

$$V_{eff} = \frac{var^2(Y)}{\sum_{i=1}^K \frac{e_i^4 \times var^2(x_i)}{v_i}} , \quad (8.G.8)$$

де V_{eff} — ефективне число ступенів свободи, призначене для оцінки дисперсії $var(Y)$;

v_i — (ефективне) число ступенів свободи, призначене для оцінки дисперсії $var(x_i)$;

e_i — коефіцієнт чутливості щодо змін вхідної величини x_i .

Нецілі значення, отримані для V_{eff} , слід округлювати до найближчого цілого значення.

Таблиця 8.G.1 — Коефіцієнт покриття, отриманий за t -розподілом Стюдента як функція числа ступенів свободи V_{eff} для рівня достовірності $P = 95\%$ (двосторонній) [4]

Число ступенів свободи	Коефіцієнт покриття
V_{eff}	k
5	2,571
6	2,447
7	2,365
8	2,306
9	2,262
10	2,228
12	2,179
14	2,145
16	2,120
18	2,101
20	2,086
22	2,074
24	2,064
26	2,056
28	2,048
30	2,042